

الحساب المتجهي

التمرين 1: مثلث ABC،

(1) أنشئ I حيث: $\overrightarrow{AI} = 3\overrightarrow{AB}$

(2) أنشئ J حيث: $\overrightarrow{AJ} = -2\overrightarrow{AC}$

(3) أنشئ F حيث: $\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$

(4) أنشئ K حيث: $\overrightarrow{AK} = \overrightarrow{AI} + \overrightarrow{AJ}$

(5) أنشئ L حيث: $\overrightarrow{AL} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

التمرين 2:

ABC مثلث و I و J و K ثلاث نقط بحيث $\overrightarrow{BI} = \frac{3}{2}\overrightarrow{BC}$ و $\overrightarrow{CJ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CA}$ و $\overrightarrow{AK} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AB}$

بين أن: النقط I و J و K مستقيمة.

التمرين 3:

بسط الكتابات التالية:

(1) $\vec{u} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA} - \overrightarrow{CB}$

(2) $\vec{v} = \overrightarrow{DE} - \overrightarrow{DF} + \overrightarrow{EF} - \overrightarrow{ED}$

(3) $\vec{w} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}$

التمرين 4:

لتكن A و B و M و I أربع نقط بحيث: $\overrightarrow{MI} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB})$

بين أن: I منتصف القطعة [AB].

التمرين 5:

لتكن A و B و C ثلاث نقط مختلفة و غير مستقيمة، و I و J منتصفي القطعتين [AB] و [BC] على التوالي:

(1) بين أن: $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

(2) بين أن: $\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = \overrightarrow{AC}$

(3) أنشئ النقطة M حيث: $\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} = \vec{0}$

(4) بين أن النقط I و J و M نقط مستقيمة.

التمرين 6:

ABC مثلث و D و E و F نقط بحيث: $\overrightarrow{BD} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$ و $\overrightarrow{AE} = -2\overrightarrow{AD}$ و $\overrightarrow{BF} = \frac{3}{5}\overrightarrow{BE}$

(1) أنشئ الشكل.

(2) بين أن: $\overrightarrow{EA} = 2\overrightarrow{AB} + \frac{4}{3}\overrightarrow{BC}$

(3) بين أن: $\overrightarrow{FB} = \frac{9}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{4}{5}\overrightarrow{BC}$

(4) أثبت أن النقط A و F و C مستقيمة.

(5) استنتج أن المستقيمين (AC) و (BE) يتقاطعان في النقطة F

التمرين 7:

ABC مثلث، و M و N و P هي على التوالي منتصفات [BC] و [AC] و [AB]: بين أن: $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BN} + \overrightarrow{CP} = \vec{0}$

التمرين 8:

ABC مثلث، و I و J و K ثلاث نقط بحيث: $\overrightarrow{BI} = \frac{3}{2}\overrightarrow{BC}$ و $\overrightarrow{CJ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CA}$ و $\overrightarrow{AK} = a\overrightarrow{AB}$ حيث $a \in \mathbb{R}^*$

حدد a إذا علمت أن النقط I و J و K مستقيمة.

التمرين 9:

ABC مثلث،

- (1) حدد المتجهة \overrightarrow{AB} بدلالة المتجهتين \overrightarrow{CB} و \overrightarrow{CA} .
- (2) لتكن M نقطة حيث $\overrightarrow{CM} = 3\overrightarrow{MB}$ ، أكتب \overrightarrow{AM} بدلالة المتجهتين \overrightarrow{CB} و \overrightarrow{CA} .
- (3) هل النقط A و M و B مستقيمية؟ علل جوابك؟

التمرين 10:

ABC مثلث، و M و N نقطتان تحققان: $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{NA} = \frac{3}{2}\overrightarrow{NC}$

- (1) بين أن \overrightarrow{BN} و \overrightarrow{MC} مستقيمان.
- (2) لتكن I منتصف القطعة [BN]، انشئ النقطة D بحيث $\overrightarrow{CI} + \overrightarrow{DI} = \vec{0}$ ، ثم بين أن الرباعي BCND متوازي الأضلاع.

التمرين 11:

ABC مثلث، و B' و C' نقط بحيث $\overrightarrow{AB'} = k\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC'} = (1-k)\overrightarrow{AC}$ ($k \in \mathbb{R}$)، I منتصف [B'C'].

- (1) بين أن: $\overrightarrow{AI} = \frac{1-k}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{k}{2}\overrightarrow{AB}$.
- (2) نعتبر النقطة A' بحيث I منتصف [AA']، بين أن: $\overrightarrow{BA'} = (1-k)\overrightarrow{BC}$.
- (3) بين أن: $\overrightarrow{IA} + k\overrightarrow{IB} + (1-k)\overrightarrow{IC} = \vec{0}$.

التمرين 12: (مستقيم Euler)

ليكن ABC مثلثا و O مركز دائرته المحيطة و H هي النقطة بحيث: $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OH}$.

- (1) نعتبر النقطة P بحيث: $\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$
 - (a) ما هي طبيعة الرباعي OAPB؟
 - (b) ما هي طبيعة الرباعي OPHC؟
 - (c) استنتج أن ارتفاع (CH) ارتفاع للمثلث ABC.
 - (2) بين بالمثل أن المستقيم (BH) ارتفاع للمثلث ABC، ثم استنتج ما تمثله النقطة H بالنسبة للمثلث ABC.
 - (3) لتكن G مركز ثقل المثلث ABC، بين أن النقط O و H و G مستقيمية.
- ملاحظة:** G مركز ثقل المثلث ABC يعني أن: $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$
- (4) حدد العدد الحقيقي k بحيث: $\overrightarrow{OH} = k\overrightarrow{OG}$.

التمرين 13:

ABCD متوازي أضلاع مركزه G.

- (1) لتكن E منتصف [AB] و F منتصف [BC]، بين أن: $\overrightarrow{AF} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CE} = \vec{0}$
 - (2) نعتبر النقط H و K و I بحيث:
 - i. $\overrightarrow{DH} = \overrightarrow{CE}$
 - ii. K منتصف [GH].
 - iii. I منتصف [AD].
- (a) بين أن A هي منتصف [HE].
 - (b) ما هي طبيعة الرباعي AGIH؟
 - (c) بين أن: $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AD}$

(3)

(a) بين أن $\overrightarrow{DC} - \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DA} = \vec{0}$

(b) حدد النقطة M بحيث تكون المتجهة $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$ مستقيمية مع \overrightarrow{CE} .

- (4) لتكن L النقطة بحيث: $\overrightarrow{AL} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$ و لتكن N نقطة تقاطع [DL] و [AC]، بين أن: $3\overrightarrow{NA} + 2\overrightarrow{NC} = \vec{0}$.